

estudiantes y profesores, favorecen el proceso de formación humanista y profesional de los jóvenes universitarios.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aportela, Valdés, Ileana Bernarda (2019). *La labor educativa con el grupo estudiantil; algunas reflexiones*. Revista Boletín 978-1-951198-15-2. p. 8.
- Bozhovich, L. S. (1976). *La personalidad y su formación en la edad infantil*. La Habana: Ed. Pueblo y Educación. p. 9.
- Fernández, A.M, Álvarez, I., Reinoso, C. & Durán, A. (2002). *Comunicación educativa*. La Habana: Ed. Pueblo y Educación. p.10.
- García, K. (2018). *Entre palabras, gestos y emociones, ¿Cómo comunicarnos mejor?* La Habana: Ed. Científico-Técnica. p. 9.
- González, V... [Et al]. (1995). *Psicología para educadores*. La Habana: Ed. Pueblo y Educación. p. 67.
- Horrutiner, P. (2009). *La Universidad cubana: el modelo de formación*. Ciudad de La Habana: Ed. Universitaria. ISBN 978-959-16-0676-1. p.15.
- MES. (2018). *Resolución No 2/2018*. (GOC-2018-460-O25). Artículo 1. En Gaceta oficial de la República de Cuba. ISSN 1682-7511. p. 648
- Ortiz, E. (2000). *¿Cómo desarrollar la competencia comunicativa del maestro?* [CD ROM] En Biblioteca digital para los ISP. N° 1 [La Habana]: Computación Educacional. p.11.
- Vigotsky, L. S. (1995). *Interacción entre enseñanza y desarrollo*. En Selección de lecturas de Psicología infantil y del adolescente: Tercera parte / Comp. Oksana Kraftchenko Beoto, Leyda Cruz Tomás. La Habana: Ed. Pueblo y Educación. p. 20.

LAS LÍNEAS DIRECTRICES DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN LA EDUCACIÓN SUPERIOR

Autores: Marilú Jorge Martín,²María. de los Ángeles Valdivia Sardiñas³

RESUMEN

Son varias las carreras universitarias que incluyen en su Plan de Estudio asignaturas de la disciplina Matemática Superior, algunas están presente hasta en seis semestres por su importancia para la comprensión de los contenidos inherentes a su futura profesión, lo cual

² Profesora Auxiliar del Departamento de Matemática de la Universidad de Matanzas. Máster en Matemática Educativa Universidad de Matanzas marilu.jorge@umcc.cu. <https://orcid.org/0000-0001-6860-6277>

³ Profesora Titular del Departamento de Matemática de la Universidad de Matanzas. Doctora en Ciencias Pedagógicas y Master en Didáctica, mención Matemática. Universidad de Matanzas maria.valdivia@umcc.cu <https://orcid.org/0000000201395468>

significa que los estudiantes siguen aprendiendo matemáticas sobre la base del contenido de esta ciencia que estudiaron durante doce años. En este trabajo se expone cómo transcurren las líneas directrices de la enseñanza de la Matemática que asume la Didáctica de esta ciencia desde la Enseñanza General Media, en los programas de las asignaturas de la Matemática Superior, de manera que el conocimiento de estas por el profesor le permita una mayor organización del proceso de enseñanza aprendizaje.

Palabras Clave: líneas directrices, enseñanza, aprendizaje, matemática.

ABSTRACT

There are several university careers that include subjects from the Higher Mathematics discipline in their Study Plan, some are present in up to six semesters due to their importance for understanding the content inherent to their future profession, which means that students continue to learn mathematics based on the content of this science that they studied for twelve years. In this work it is exposed how the guidelines for the teaching of Mathematics that the Didactics of this science assumes from the General Secondary Education, in the programs of the subjects of Higher Mathematics, so that the knowledge of these by the teacher It allows a greater organization of the teaching-learning process.

Keywords: guidelines, teaching, learning, mathematics.

RESUME

Il y a plusieurs carrières universitaires qui incluent dans leur plan d'études des sujets de la discipline Mathématiques supérieures, certaines sont présentes jusqu'à six semestres en raison de leur importance pour la compréhension du contenu inhérent à leur future profession, ce qui signifie que les étudiants continuent à apprendre les mathématiques. Basé sur le contenu de cette science qu'ils ont étudié pendant douze ans. Dans ce travail, il est exposé comment les lignes directrices pour l'enseignement des mathématiques que la didactique de cette science suppose de l'enseignement secondaire général, dans les programmes des matières de mathématiques supérieures, de sorte que la connaissance de celles-ci par l'enseignant permette une meilleure organisation du processus d'enseignement-apprentissage.

Mots-clés: lignes directrices, enseignement, apprentissage, mathématiques.

INTRODUCCIÓN

En la disciplina Didáctica de la Matemática para la formación de profesores de esta especialidad se estudian las líneas directrices que rigen la enseñanza de la asignatura desde los primeros grados hasta el último de la Educación Media Superior, sin embargo, estas no

son tenidas en cuenta por algunos profesores de las diferentes asignaturas de Matemática de la Educación Superior, como son los Cálculos y el Álgebra, a pesar de que, en ellas, los contenidos matemáticos continúan su profundización y por tanto se impone la sistematización de lo aprendido en la enseñanza precedente.

Existen diversas causas, pero la principal a criterio de estas autoras, es el desconocimiento de la presencia de estas líneas directrices por los profesores de estas disciplinas que en su mayoría no son graduados de carreras pedagógicas por lo que no han recibido la preparación sobre este tema. Es por ello que el objetivo de este trabajo es mostrar cómo puede ser posible establecer la continuidad de estas líneas directrices, de manera tal que los estudiantes que ingresan a la educación superior y reciban la Matemática en la carrera seleccionada, sigan la estructura lógica del aprendizaje de esta ciencia que han recibido durante 12 años y que resulta tan importante para su formación profesional.

DESARROLLO

Las líneas directrices de la enseñanza de la Matemática, actúan como lineamientos que atraviesan el curso de Matemática y “permiten reconocer lo esencial a lograr desde el punto de vista de los objetivos en los niveles, grados y en el subsistema de Educación General, lo que posibilita hacer inferencias en relación con la selección y ordenamiento de los contenidos y la orientación didáctica de su tratamiento”. (Ballester, et al, 2018, p. 71)

Los didactas cubanos establecieron una clasificación de las líneas directrices atendiendo a la lógica y la sistemática de la ciencia matemática, a la necesidad de concentrarse en lo esencial en virtud de las limitaciones de tiempo durante la etapa de tránsito por el subsistema de educación general, a la valoración de la aplicación de los contenidos en la vida cotidiana y profesional o la trascendencia de estos para la orientación en los hechos y fenómenos de la sociedad, así como a la preparación a tiempo de las condiciones necesarias para introducir, ampliar y profundizar el contenido matemático y el de otras asignaturas (entrelazamiento de los contenidos).

Estas consideraciones resultan de utilidad al profesor, pues contribuyen, entre otros aspectos a reconocer lo esencial de los contenidos a tratar y comprender su contribución a los objetivos de la asignatura del grado, del nivel y de la formación en el subsistema de Educación General, a ordenar los contenidos en forma de espiral, con lo que se garantiza la integración y la sistematización continua de lo aprendido por los estudiantes, a conocer las condiciones previas que se deben garantizar para la asimilación de los nuevos contenidos, a comprender los nexos existentes entre los diferentes contenidos y a orientarse acerca de

cómo tratar un determinado contenido a partir de considerar las líneas directrices que se entrelazan con este y las exigencias que emanan de los métodos y las formas de trabajo de la propia ciencia matemática (Ballester, et al, 2018).

Por su importancia para este trabajo, presentamos las líneas directrices determinadas por los didactas cubanos para la enseñanza de la Matemática en la Educación General en Cuba, las cuales transitan de primero a duodécimo grado, para lograr continuidad y orden consecuente del tratamiento del contenido alrededor de ciertos núcleos esenciales, así como el transcurso de estas en diferentes temas de asignaturas contentivas en la disciplina Matemática Superior que se imparte en las carreras de Ciencias Técnicas, Ciencias Empresariales, Agronomía y de Educación en el área de las Ciencias Exactas, tanto en la modalidad presencial como en la semipresencial. Las líneas directrices se entrelazan en el proceso de enseñanza aprendizaje de un determinado contenido, pero para facilitar su estudio, estas se presentan en dos grandes grupos de la manera siguiente:

I. Líneas directrices relativas a conocimientos, habilidades y formas de pensamiento matemático específicas:

a) Dominios Numéricos.

Esta línea directriz direcciona la organización y continuidad de este contenido que comienza en la escuela desde el primer grado introduciendo el dominio de los números naturales, a partir del tercero los números fraccionarios, en octavo grado los números racionales, en noveno los números reales y culmina en duodécimo grado con los números reales. Capacita al alumno para comparar, ordenar, calcular y formular.

En la Matemática Superior esta línea directriz contribuye a la comprensión de los objetivos de la asignatura. El conocimiento de los dominios numéricos es de gran importancia para el tratamiento de un nuevo concepto que se introduce en la Matemática I: la aproximación de valores numéricos, contenido imprescindible para la comprensión de uno de los conceptos más difíciles del Cálculo Diferencial: el concepto de límite de una función.

Los dominios numéricos están relacionados además con los conceptos de convergencia; los conceptos de vecindad y entornos como intervalos de números reales, son indispensables para el cálculo de límites de funciones cuando la variable tiende a un valor numérico y al infinito, los valores de las razones trigonométricas y el cálculo de logaritmos.

El conocimiento de los dominios numéricos es necesario para la comprensión del concepto de continuidad de una función real de variable real y de varias variables en un valor numérico, ya que una de las condiciones es que ese valor numérico pertenezca al dominio de

definición de la función y en caso de ser discontinua, clasificar dicha discontinuidad a través del cálculo de límites. Se trabaja con dominios de continuidad.

b) Trabajo con magnitudes.

El aprendizaje de las magnitudes, su medición, conversión, estimación, cálculo y aplicación son contenidos de la enseñanza de la Matemática en los diferentes niveles y grados por la necesidad del hombre de precisar propiedades de objetos y procesos como la longitud, área, volumen, la masa, el tiempo de duración, el costo, entre otras del Sistema Internacional de Unidades.

En la Matemática Superior se continúa el trabajo fundamentalmente en la resolución de problemas con textos de aplicación a la física, la química, la biología y otras ciencias naturales y aplicadas a la profesión, en particular, la resolución de problemas de optimización y de razones de cambio, donde intervienen magnitudes geométricas y físicas, y se obtienen fórmulas para el cálculo de áreas de figuras planas y el cálculo de volúmenes de cuerpos geométricos. Se profundiza en los procesos de medición, estimación y conversión, utilizando los conocimientos sobre los dominios numéricos y la estructura del Sistema Internacional de Unidades.

Al resolver problemas y ejercicios con texto, se entrelazan la línea directriz trabajo con magnitudes con la de los dominios numéricos; el conocimiento de estos permite encontrar y valorar la solución de un problema dado.

c) Trabajo con variables, ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones e inecuaciones.

Esta línea directriz desempeña un papel esencial en el lenguaje matemático, pues a través de las variables se pueden modelar situaciones y procesos que ocurren en la vida cotidiana, en especial, para resolver problemas al traducir el texto del problema al lenguaje algebraico. El estudio de las variables se comienza en la Educación Primaria para designar objetos y como incógnita en las ecuaciones, en estrecho vínculo con los dominios numéricos que van ampliándose según transcurran los grados, así como los tipos de ecuaciones e inecuaciones algebraicas y trascendentes. De esta manera, en duodécimo grado, se llega al dominio de los números complejos por la imposibilidad de resolver una ecuación de la forma $x^2 + p = 0$, con p positivo, en el dominio de los números reales.

Las variables se usan para denotar objetos geométricos, y como incógnitas en ecuaciones e inecuaciones. En las asignaturas de la disciplina Matemática Superior, el trabajo con variables permite desarrollar modelos y exponer ideas matemáticas en un lenguaje breve,

por lo que desempeñan una función esencial dentro del lenguaje matemático y en particular en la resolución de problemas.

Así, en los temas “Funciones de una variable real” y “Cálculo diferencial y sus aplicaciones”, esta línea se desarrolla al resolver ecuaciones en el cálculo de los ceros de una función, en la determinación de los puntos críticos y de inflexión, en la resolución de problemas de optimización y de razones de cambio. Se desarrolla, además, al resolver inecuaciones para investigar el signo de una función y hallar sus intervalos de monotonía y de concavidad.

En el tema de “Álgebra lineal”, la línea directriz se desarrolla en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales de m ecuaciones con n incógnitas y en la resolución de problemas que conducen a estos. En la “Geometría del espacio”, se realiza al representar gráficamente planos y superficies cuádricas con el fin de encontrar el conjunto de puntos del espacio que constituye un sólido, cuestión que es posible hacer resolviendo una inecuación.

d) Correspondencias y funciones.

Desde el preescolar se realizan trabajos preparatorios para el tratamiento de las funciones. La definición de este concepto se formaliza en octavo grado donde además se exige que los alumnos identifiquen y representen de forma descriptiva, mediante una tabla, un gráfico o una ecuación, relaciones entre las variables y su dominio de definición. En décimo grado conocen otra forma de definirla y amplían el espectro de las funciones algebraicas clasificadas en elementales y no elementales hasta llegar a las funciones trascendentes. En el último año conocen el trabajo con las funciones de variable real cuyo dominio de definición es el conjunto de los números naturales: las sucesiones numéricas.

En la Matemática Superior esta línea directriz transcurre en los procesos de enseñanza aprendizaje del Cálculo Diferencial e Integral en \mathbb{R} como en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 , pues todo ocurre alrededor de las funciones reales de una variable real o de varias variables, su definición, sus propiedades y representación a través de una ecuación, de una tabla o en un sistema de coordenadas cartesianas.

Aquí se entrelazan las demás líneas a partir de los objetivos que persigue el tema, como es el cálculo de límites de una función cuando la variable tiende a un valor numérico o al infinito, así como el análisis de la continuidad de una función en un punto o en un intervalo. Las funciones derivadas, la integral de funciones. La ecuación de una función como modelo en la resolución de problemas.

e) Geometría.

Desde el Prescolar, los alumnos identifican figuras geométricas y las ubican en el espacio, determinan semejanzas y diferencias y hallan regularidades en series de figuras. Resuelven problemas sencillos de comparación de longitudes. De primero a cuarto grados, los niños conocen progresivamente las propiedades de figuras geométricas elementales del plano y el espacio y las relaciones entre ellas. Utilizan los instrumentos de trazado para transportar figuras, realizar construcciones diversas y ejercicios de ubicación en el plano. De manera intuitiva en este nivel se introduce el concepto de movimiento.

En quinto y sexto grados profundizan en las propiedades de las figuras geométricas y de los movimientos del plano, los tipos de ángulos y las relaciones entre pares de ángulos. En el triángulo se estudian las relaciones entre lados y entre lados y ángulos. Profundizan en los procesos de medición, estimación y conversión de magnitudes al ampliar su estudio a las de área, volumen y capacidad. Obtienen fórmulas para el cálculo de perímetros y áreas de figuras geométricas, así como del área lateral y el volumen del ortoedro, las cuales aplican a la resolución de problemas.

En la Educación Secundaria Básica se estudia la circunferencia, sus propiedades y las relaciones entre sus elementos y entre circunferencias, los criterios de igualdad de triángulos, el teorema de las transversales, la semejanza de figuras y en particular, la de triángulos que aplican a la resolución de ejercicios de cálculo, construcción y demostración de nuevas propiedades de figuras ya conocidas y a la obtención de las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo. Se obtienen fórmulas para el cálculo de perímetros, áreas y volúmenes de figuras y cuerpos geométricos más complejos y las aplican a la resolución de problemas. En la Educación Media Superior se introduce el grupo de teoremas de Pitágoras y la resolución de triángulos cualesquiera. La trigonometría se aplica al cálculo de cuerpos. Se realiza el estudio de la geometría analítica de la recta y de las secciones cónicas y se cierra con una introducción a la axiomática del espacio donde se extraen primeras consecuencias de los axiomas de incidencia, orden y paralelismo para estudiar las posiciones relativas entre rectas y rectas y planos.

En la Matemática Superior, el tema de “Geometría del espacio” prepara al estudiante para orientarse en el entorno espacial, en él, se trata la representación gráfica de planos y superficies cuadráticas, e intersecciones entre ellos para el esbozo de sólidos en el espacio en un sistema de coordenadas cartesianas, cilíndricas o esféricas. Se representan sólidos en revolución. En los temas de “Funciones de una variable real”, “Cálculo diferencial” y “Cálculo integral”, se desarrolla esta línea directriz en la representación gráfica de intervalos

sobre una recta numérica o vecindades en el estudio de los límites de una función. La representación gráfica de funciones elementales (algebraicas y trascendentes) y no elementales (a trozos). Es recomendable utilizar asistentes matemáticos como el Geogebra o Derive, entre otros para facilitar dichas representaciones.

f) Combinatoria y probabilidades.

Para organizar diferentes tareas que requieran técnicas de conteo y distribución, se requiere de un pensamiento combinatorio y probabilístico como componente esencial de la formación matemática de los alumnos, este los prepara para planificar y los entrena para tomar decisiones en situaciones de la realidad donde interviene el azar.

Desde la primaria los alumnos ordenan y reordenan conjuntos finitos, seleccionan elementos de ellos atendiendo a determinadas condiciones, resuelven problemas sencillos de conteo y distribución de naturaleza aritmética y geométrica aplicando de manera intuitiva el principio de Dirichlet o de los cajones, el de la multiplicación y el de las inclusiones y exclusiones o determinando mediante el tanteo inteligente permutaciones, combinaciones y variaciones. Este trabajo continúa estimulando estas formas de pensamiento a través de los contenidos de las diferentes unidades en todos los grados, hasta que en duodécimo grado se familiarizan con elementos básicos de la teoría combinatoria, lo que les permite abordar problemas más complejos y aplicar estos conocimientos al cálculo de probabilidades aplicando el teorema de Laplace.

En la Matemática Superior se profundiza en los temas de probabilidad condicional. Independencia de eventos. Esperanza matemática y toma de decisiones. Variables aleatorias discretas. Distribuciones de probabilidad: Binomial, Poisson y Geométrica. Media y varianza de una distribución de probabilidad. Variables aleatorias continuas. Media y varianza de variables aleatorias continuas. Prueba para la normalidad de datos. Población y muestra. Distribución muestral de media (con varianza conocida o no) y de la varianza, entre otros.

g) Tratamiento de datos/Estadística.

Capacita a los alumnos para la recolección, organización, representación, interpretación y valoración de datos que le permitan el análisis de tendencias y la realización de predicciones en relación con la evaluación de hechos y fenómenos de la vida económica, política y social, incluida el enjuiciamiento de argumentos dados por otros para adoptar con conocimiento de causa una posición en relación con un problema específico.

Desde tercer grado los alumnos recolectan y describen datos mediante tablas, gráficos de barras y el cálculo de promedios que se consolidan y amplían en los grados sucesivos al introducir medidas de tendencia central y los gráficos circulares o de pastel. En sexto grado se introduce el tanto por ciento. A partir de séptimo grado se sistematizan los conceptos propios de la estadística descriptiva para el trabajo con datos simples y en noveno, los alumnos aprenden a trabajar con tablas, gráficos y estadígrafos para datos agrupados. En la educación media superior se trabaja los tipos de escala y se introducen las medidas de dispersión.

En la Matemática Superior se profundizan estos contenidos al desarrollar muestreos aleatorios y muestreos por opinión, muestreo aleatorio simple con reposición (MAS) y sin reposición (MIA). Al estudiar los métodos de estimación: Mínimos Cuadrados Ordinarios. Estimadores de los parámetros de mayor uso: media, varianza (datos cuantitativos) y proporción (datos cualitativos). Distribuciones muestrales, bajo el MAS, de los estimadores de mayor uso. Estimación por intervalos. Pruebas de hipótesis, entre otros.

Hasta aquí se han caracterizado las líneas directrices relativas a conocimientos, habilidades y formas de pensamiento matemático específicas. A continuación, se presenta el segundo grupo de líneas directrices que no se realizan a través de un contenido particular, sino de todos lo que se tratan en las diferentes áreas matemáticas en los diferentes grados y niveles de educación.

II. Líneas directrices relativas a habilidades, capacidades y hábitos matemáticos de carácter más general, que requieren también del desarrollo de cualidades, convicciones y actitudes.

a) Adiestramiento lógico-lingüístico. Esta línea directriz está estrechamente vinculada con:

1. Argumentar matemáticamente (argumentar, conjeturar, demostrar). Desde los primeros grados se requiere adiestrar a los alumnos para que expliquen la vía de solución elegida de un problema, fundamenten sus respuestas, elaboren conjeturas y comprendan paulatinamente por qué un ejemplo único o la ejemplificación no es una forma de justificación en la matemática. Desde los grados superiores de la Educación Primaria se capacitan para negar y transformar proposiciones mediante la formación de recíprocos y contrarrecíprocos. Aprenden a relacionar sus ideas paso a paso mediante la realización de ejercicios sencillos de demostración y a comprender y evaluar cadenas de razonamientos matemáticos.

En la Educación Media Básica se capacitan para expresar argumentos con mayor rigor, claridad y coherencia haciendo un adecuado uso de la terminología y simbología matemáticas. Distinguen entre varios tipos de afirmaciones (teoremas, conjeturas, ejemplos), profundizan en qué es una demostración matemática y en qué difiere de otros tipos de razonamiento, y reproducen y realizan demostraciones, incrementando su conocimiento sobre los métodos matemáticos que existen para ello.

En la Matemática Superior se considera como una habilidad que deben desarrollar los futuros profesionales, se pone de manifiesto en las argumentaciones sobre la continuidad de una función, el comportamiento de una función cuando tiende a un valor numérico o al infinito, en la convergencia o divergencia de una integral impropia, entre otras.

2. Operar con conceptos matemáticos. En la Educación Preescolar, la formación está dirigida fundamentalmente al desarrollo de capacidades mentales generales, en particular, de análisis, síntesis, abstracción y generalización, que le permitirán la formación de habilidades intelectuales generales de identificación, comparación, seriación y clasificación, el reconocimiento de conjuntos, la descomposición, la unión de conjuntos y la comparación global de conjuntos.

En la Educación Primaria se opera con conceptos, primero mediante descripciones, explicaciones y caracterizaciones hasta llegar posteriormente a la definición. Identifican si un objeto o relación representa un concepto y construyen ejemplos y contraejemplos. Comparan y clasifican conceptos, derivan consecuencias de una definición y distinguen entre conceptos supra y subordinados para relacionar conceptos.

En Secundaria Básica los alumnos se capacitan para reformular definiciones y evaluar críticamente otras, así como para relacionar conceptos con el propósito de integrarlos en un sistema, mediante generalización o diferenciación. En el nivel medio superior los alumnos aprecian cómo conceptos abstractos, elaborados sin relación directa con la realidad, sirven para modelar situaciones de esta. Son capaces de limitar y generalizar conceptos y de identificar errores que se cometen al definir.

En la Matemática Superior, por la edad de los estudiantes se espera que estos tengan la habilidad desarrollada, no obstante, la línea directriz transcurre de manera similar a grados anteriores pues siempre en la disciplina hay que operar con conceptos que se entrelazan, como es el caso del concepto de derivada que se define a través del concepto de límite, al igual que el concepto de integral, entre otros.

3. Comunicarse utilizando la terminología y la simbología matemáticas. Desde los primeros grados de la educación primaria los alumnos expresan con sus propias palabras o en símbolos, una suposición obtenida, las características esenciales de un concepto, la vía de solución y el resultado de un problema o la situación expresada en un texto. Igualmente aprenden a formular problemas auxiliares o nuevos problemas y a comprender las afirmaciones hechas por otros, al escuchar las aclaraciones, explicaciones y fundamentaciones dadas en la clase.

A medida que transcurren los grados, hacen un uso más adecuado de la lengua materna y del aparato simbólico y la terminología matemáticas para traducir del lenguaje común al algebraico e interpretar expresiones con símbolos, para hacer preguntas, aclarar dudas, contrastar y evaluar ideas, indagar sobre las causas de posibles errores y fundamentar sus acciones. Esto les ayuda a desarrollar habilidades comunicativas, eliminar inhibiciones, reaccionar de forma objetiva y mesurada ante preguntas y críticas y ser respetuoso con los demás.

En la Matemática Superior es importante que el estudiante manifieste sus habilidades comunicativas y las continúe desarrollando cuando sea capaz de explicar la vía de solución de un ejercicio utilizando la simbología matemática que en este nivel se amplía en la definición de los conceptos de límite, continuidad, derivada, integral; en la demostración de propiedades relacionadas con estos conceptos, entre otros.

Se hace uso de manera adecuada de la terminología matemática para traducir del lenguaje común al algebraico e interpretar expresiones con símbolos, sobretudo en la resolución de problemas de optimización y de razones de cambio.

4. Trabajar con representaciones de objetos matemáticos. En la primaria los niños aprenden la conveniencia de representar números, sus relaciones y las operaciones entre ellos de diferentes maneras. Adquieren experiencias en el trabajo con objetos geométricos, que, aun perteneciendo a una misma clase, se representan de distinta forma. Con el transcurso del tiempo distinguen entre las distintas representaciones de un objeto la más conveniente según la situación planteada, por ejemplo, cuando pasa de la representación de un número como fracción a expresión decimal para compararlo con otro. También aprenden a construir sus propias representaciones y evaluar las de otros. En grados superiores se capacitan para comprender representaciones no familiares y evaluar su pertinencia.

Este aspecto de la línea directriz Adiestramiento lógico lingüístico en la Matemática Superior transcurre, por ejemplo, cuando el estudiante reconoce representaciones de objetos

matemáticos no familiares en grados anteriores como el tipo de función numérica entre el grupo de funciones estudiadas, la superficie representada entre planos o cuádricas, áreas bajo una curva, en la representación de sólidos en el espacio y sus proyecciones en los planos coordenados, la solución particular en la familia de una integral indefinida, entre otras.

b) Modelar (precisar, matematizar o interpretar, realizar, validar, evaluar). La modelación permite que los alumnos se adiestren en la utilización de formas de trabajo matemático para obtener nuevos conocimientos matemáticos. En la Educación Preescolar los niños realizan modelaciones de situaciones en tanto introducen figuras geométricas para representar las relaciones presentes en esta (modelos pictográficos).

Desde los primeros grados los alumnos identifican las relaciones presentes en situaciones intra o extra matemáticas y las representan por medio de modelos típicos para estas. Interpretan dibujos, diagramas y modelos lineales que les permiten aprehender las relaciones presentes en la situación descrita a través de estos modelos.

En el transcurso de los grados y en especial cuando se enfrentan a la Matemática Superior interpretan modelos más complejos, modifican y crean otros nuevos para representar situaciones abstractas o de la realidad, evalúan su pertinencia, determinan los más racionales en función de la resolución de un problema dado y valoran la posibilidad de transferirlos a otras situaciones, como es el caso de la determinación de los extremos absolutos y relativos empleados en los problemas de optimización.

c) Utilizar recursos y técnicas para la racionalización del trabajo mental. En la escuela primaria los alumnos trabajan con objetos materiales o materializados para apoyar los procesos mentales, en lo cual es una ayuda también las técnicas de la informática y la comunicación. Aprenden a buscar informaciones a partir de diversas fuentes, incluyendo las electrónicas, y seleccionan y utilizan algoritmos para sus cálculos. Bajo la guía del maestro aprenden a utilizar el programa heurístico general y otros procedimientos que le ayudan en la búsqueda de soluciones a los problemas que se les presentan.

A medida que transcurren los grados utilizan otras ayudas y herramientas sin necesidad de que les sea sugerido, como medios auxiliares heurísticos que facilitan su razonamiento, lo cual debe llevarles paulatinamente a comprender que son medios esenciales para la ilustración, el apoyo de los razonamientos, más no para la demostración. Son capaces de modificar y crear algoritmos y de utilizar conscientemente procedimientos heurísticos. Para lograr la racionalización del trabajo mental los alumnos deben constantemente verificar si el proceso real de solución coincide con el plan de solución desarrollado durante el análisis.

Por lo tanto, a la actividad racional pertenecen también las acciones para el control de todo el proceso de solución para así evitar errores.

Tales consideraciones se ponen de manifiesto en la Matemática Superior cuando el estudiante se enfrenta a la resolución de ejercicios y problemas del Cálculo Diferencial e Integral y otros temas de esta disciplina. El empleo de tablas o aplicaciones digitales para calcular razones trigonométricas, logaritmos, derivadas e integrales de funciones elementales y software matemáticos ayudan a optimizar el proceso de solución de un ejercicio o problema determinado.

d) Formular y resolver problemas. En la Educación Preescolar los niños aprenden a resolver problemas sencillos en que intervienen cantidades, se aplica la relación parte-todo y se requiere la medición de longitudes. Los niños aprenden a resolver problemas matemáticos en sentido amplio desde su entrada a la institución escolar, en tercer grado se les exige que elaboren problemas sencillos, los discutan y evalúen para ir desarrollando poco a poco esta capacidad. La evaluación del proceso y la vía, así como de los resultados debe ser una constante en todos los grados, de modo que aprendan a utilizar conscientemente procedimientos heurísticos y puedan transferir los métodos de trabajo aprendidos a nuevas situaciones.

Enseñar a resolver problemas, potencia el desarrollo de la autorregulación del aprendizaje, favoreciendo en los estudiantes el autoconocimiento de sus potencialidades y particularidades para aprender, los motiva por la actividad de estudio y su propio desarrollo, al plantearse objetivos y metas, elegir una u otra vía de solución, confeccionar el plan a seguir y ejecutarlo en la práctica, para obtener la solución del problema. Una vez obtenido un resultado debe realizar el control para verificar si satisface los objetivos y metas de aprendizaje planteados.

Este proceso de avances y retrocesos en la búsqueda de la solución de la tarea perfecciona sus estilos de aprendizaje, se apropia de estrategias de aprendizaje efectivas, intercambiando ideas y puntos de vista con sus compañeros, fomentando el trabajo cooperado en un clima que inspire confianza, seguridad y franqueza para preguntar, dar opiniones, expresar ideas y puntos de vista e intercambiar criterios, lo que favorece el proceso de autorregulación.

Progresivamente en los grados superiores, en la disciplina Matemática Superior los estudiantes deben tener un mayor control de sus realizaciones, a través del autoconocimiento, autocontrol, autoevaluación y la autovaloración. En el cálculo de límites se presentan formas indeterminadas en la solución de ejercicios y problemas para lo cual se

emplean procedimientos algorítmicos y heurísticos. En la solución de problemas de optimización, cálculo de derivadas e integrales.

CONCLUSIONES

De la misma forma que en la Educación General, las líneas directrices resultan de utilidad al profesor universitario, pues estas contribuyen, entre otros aspectos, a la organización didáctica de los contenidos en las asignaturas de la Matemática Superior, así como la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje. Explicitan lo esencial a lograr desde el punto de vista de los objetivos, lo que posibilita el ordenamiento de los contenidos y la orientación didáctica de su tratamiento. Es por esta razón, que los profesores de las asignaturas de la disciplina Matemática Superior deben tener conciencia de la existencia de estas líneas directrices lo que contribuirá a un fortalecimiento de la ciencia matemática como herramienta para la resolución de múltiples problemas de la futura profesión de sus estudiantes.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Álvarez, Marta, et al. (2014). *El proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática. Documentos metodológicos*. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
- Ballester, S, et al. (2018) *Didáctica de la Matemática*. Editorial Félix Varela. La Habana.
- Jorge, M & Valdivia, M. (2019) *Estrategias para resolver problemas de optimización en carreras de ciencias técnicas*. VII Simposio Internacional de Educación y Pedagogía. Capítulo del Libro Electrónico de Investigación. ISBN 978-1-951198-15-2. En Coedición Editorial REDIPE Capítulo Estados Instituciones sede, 2019.
- Jorge, M & Valdivia, M. (2018). *Técnicas para la dirección del aprendizaje de la Matemática*. Evento Internacional La enseñanza de la Matemática, la Estadística y la Computación. Varadero. Matanzas. Noviembre 2018

EL ÁLGEBRA LINEAL. SU UTILIZACION EN LA SEGMENTACIÓN DE IMÁGENES

Autores: Yasell Sánchez Rodríguez⁴, Boris Alvarez González⁵, Irisdalys Pino Sánchez⁶.

⁴ yasel.sanchez@umcc.cu, Lic. Matemática. Profesor de matemática. Profesor Instructor. Universidad de Matanzas. Matanzas: Cuba. <https://orcid.org/0000-0003-3884-0593>

⁵ boris.gonzalez@umcc.cu, Lic. Educación especialidad Ciencias Exactas. Máster en Matemática Educativa. Profesor de matemática. Profesor Auxiliar. Jefe de la disciplina Matemática Básica. Universidad de Matanzas. Matanzas: Cuba. <https://orcid.org/0000-0002-1139-360X>