

SOBRE MATEMÁTICA Y MATEMATIZACIÓN DE LA SOCIEDAD

ON MATHEMATICAL AND MATHEMATIZATION OF THE SOCIETY

Carlos Beltrán Pazo¹³

Universidad de Guantánamo

Correo electrónico: beltranpazo@gmail.com

Identificación ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-3804-4159>

Resumen

Cada año es más complicado entender la definición del concepto matemática. Y es que como ciencia viva, su desarrollo y alcance crecen exponencialmente y su objeto, en consecuencia, se amplía. Menos complicado es entender la influencia del desarrollo de la Matemática en otras áreas del saber, como la naturaleza, la sociedad del conocimiento y la información o la medicina. Este artículo tiene como objetivo ilustrar con algunos ejemplos concretos, cómo se ha hecho imprescindible el uso de la Matemática en el desarrollo humano.

Palabras clave: Matemática; Modelación matemática; Matematización

Abstract

Every year it is more complicated to understand the mathematical definition of the concept. And he is than as lively science, his development and reach grow exponentially and his object, in consequence, widens. Less complicated you are to understand the influence of the development of the Mathematics in another area of the knowledge like nature, the society of knowledge and the information or the medicine. This article aims at illustrating with some concrete examples, how the use of the Mathematics in the human development has become essential.

Keywords: Mathematics; Mathematical modeling; Mathematization

Métodos, materiales y resultados

1. Sobre Matemática y Matematización

Y tenía razón el francés Jules Henri Poincaré cuando dijo que toda ciencia tiene de ciencia lo que tiene de matemática. Lo acertado de sus palabras lo refrenda el hecho de que fue uno de los físicos más representativos del Siglo XIX, (1854-1912), prestigioso matemático, científico teórico y filósofo de la ciencia, de todos los tiempos, y es que, al parecer, esta representa el lenguaje científico por

¹³ Doctor en Ciencias Pedagógicas, Profesor Titular del Departamento de Matemática en la Universidad de Guantánamo, Cuba.

excelencia.

Hoy, la Matemática se encamina acertadamente a la solución, por descubrimiento, de nuevos problemas de disímiles ciencias, lo que abarca a la sociedad en su conjunto. Bastan sólo unos ejemplos recientes de la aplicabilidad de la Matemática a estos problemas: la matematización de las ciencias informacionales, la búsqueda de respuestas a los fenómenos y situaciones médicas, como la pandemia más reciente del coronavirus y la necesidad de predecir su comportamiento para vencerla, el desarrollo de las ciencias sociales a partir del empleo de la Matemática para el procesamiento de la información, entre otros.

No se trata de mera coincidencia entre los argumentos de la naturaleza y los argumentos de la Matemática. Un ejemplo de eso se tiene en la sucesión de números de Fibonacci¹⁴ La definición de la sucesión de Fibonacci es recurrente; es decir que se necesitan calcular varios términos anteriores para poder calcular un término específico. Esta se describe explícitamente a partir de la ecuación: $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$. Esto es, partiendo de dos condiciones: $f_0 = 1$ y $f_1 = 1$.

Su presencia en la naturaleza y, por ende, la presencia de la Matemática en la naturaleza, es variada; se encuentra en múltiples configuraciones biológicas, donde aparecen números consecutivos de la sucesión, como en la distribución de las ramas de los árboles, la distribución de las hojas en un tallo, los frutos de la piña tropical, las flores de la alcachofa, en las piñas de las coníferas, o en el "árbol genealógico" de las abejas melíferas.

Es este último ejemplo el que se describe a continuación. Los machos de una colmena de abejas tienen un árbol genealógico que cumple con esta sucesión. El hecho es que un zángano (1), el macho de la abeja, no tiene padre, pero sí que tiene una madre (1, 1), dos abuelos, que son los padres de la reina (1, 1, 2), tres bisabuelos, ya que el padre de la reina no tiene padre (1, 1, 2, 3), cinco tatarabuelos (1, 1, 2, 3, 5), ocho trastatarabuelos (1, 1, 2, 3, 5, 8) y así sucesivamente, cumpliendo con la muy conocida para matemáticos y no matemáticos como la sucesión de Fibonacci.

¿Se trata sólo de una coincidencia entre la naturaleza y la Matemática? La respuesta es que no. Muchos fenómenos naturales, surgidos antes de la Matemática, hoy se pueden describir con ella, e incluso hoy los matemáticos tienen muchas teorías desarrolladas que no cuentan con un respaldo experimental, siempre ha sido así, y con el pasar del tiempo, aparecen fenómenos o situaciones para los que estos modelos son aplicables. Pero la Matemática y la matematización de otras áreas de la

¹⁴ Leonardo de Pisa, Leonardo Pisano o Leonardo Bigollo (c. 1170 - 1250), también llamado Fibonacci, fue un matemático italiano, famoso por haber difundido en Europa el sistema de numeración indo-arábigo.

vida y de la misma sociedad, van de la mano. Muchas ciencias, incluida la sociedad, describen el fenómeno, pero necesitan de la Matemática para interpretarlo.

Discusión de resultados

Una tarea de primer orden para la enseñanza de los que enseñan Matemática y, en general para todos, es la comprensión del fenómeno de la matematización de la sociedad, para ello es necesario que se enseñe al estudiante a:

- a) Valorar la necesidad de las matemáticas en la resolución de problemas de otras ciencias y de la sociedad.
- b) Descubrir y detectar situaciones de las ciencias que precisan del uso de razonamientos y conocimientos matemáticos.
- c) Desarrollar estrategias de resolución de problemas de esas ciencias que permitan modelizar la realidad.
- d) Aprender a seleccionar los procesos matemáticos apropiados para cada situación.

Pero, ¿qué es matematizar? Se coincide en este punto con Uwe Gellert (2015, cita por Davis y Hersh, 1994), cuando dice que se puede entender las matemáticas como un intento de los seres humanos de describir el mundo, pronosticar eventos y, sobre todo, de reglamentar la vida social política. Y es que con el pasar del tiempo, se produce una cantidad tremenda de estructuras y formalismos matemáticos, esperando que estos resulten más y más útiles para describir, pronosticar y reglamentar los aspectos físicos y sociales del universo. Hay que tomar en cuenta, que estos procesos de descripción, pronóstico y regularización no son neutrales ni sin consecuencias. Todo este proceso de invención y aplicación de la Matemática al mundo real desemboca en lo que se llama “la matematización” del entorno. Este entorno, desde luego, incluye la sociedad. Entonces matematizar es, en consecuencia y de manera muy simple, aplicar métodos matemáticos en otras disciplinas.

De esta forma, la vida científica y social se ha visto “invadida” por la Matemática. Ambas, la ciencia y la sociedad, se benefician de su aparato abstracto: los conceptos abstractos de número, espacio, tiempo, regularidad, estructura y su manera deductiva de argumentación, ha ganado gran poder descriptivo, de pronóstico y regulador (Davis y Hersh, 1994). Por un lado, en el área de las ciencias se ha llevado a cabo un proceso de matematización; por otro, en el área de las humanidades el valor de estudios cuantitativos está fuera de toda duda; por último, resulta imposible entender el modelado teórico en economía sin sólidos conocimientos matemáticos. En todas estas áreas la Matemática, ha tomado el papel de gramática generativa de los discursos científicos correspondientes.

Aun cuando no siempre esta Matematización se manifiesta de manera visible a los ojos no avezados, su adentramiento en la sociedad y los problemas sociales de hoy día se evidencian en la toma de decisiones y resoluciones con fondo matemático. Esto, desde luego que afecta a las interacciones sociales en diferentes niveles. Baste un ejemplo, en el nivel de la política estatal, las decisiones sobre la distribución de salarios, tan de modas en estos tiempos en la sociedad cubana, por ejemplo, pagos, rentas, pensiones y asistencia social, entre otros, parten de extrapolaciones matemáticas de datos demográficos y económicos. Es muy frecuente comunicar todas estas decisiones mediante fórmulas y representaciones gráficas.

Por su parte, el uso creciente de la tecnología, que se desarrolla gracias a algoritmos matemáticos, ha influenciado considerablemente las relaciones interpersonales y sociales. Una simple mirada al entorno social del cubano muestra que han cambiado las costumbres, las usanzas y el estilo de la conversación privada.

2. Matemática y Filosofía

A continuación se reflexiona sobre algunas ideas de Ruiz Zúñiga en uno de sus escritos sobre Matemática y Filosofía, que son interesantes para la exposición que se hace. Es cierto que la conciencia, el pensamiento y el lenguaje son elementos ligados entre sí. Y más que eso, son productos de la actividad material de los hombres, de su interacción con los objetos, consigo mismo y entre sí. La conciencia del hombre es, esencialmente, el “ser consciente” de lo que le rodea, de lo objetivo a lo que se opone, y de sí mismo.

Por su parte, muchos científicos coinciden en sus opiniones sobre el hecho de que la Matemática es parte de los productos de la conciencia de los hombres en su proceso de vida. Su nacimiento y su desarrollo se basan en el seno de la relación que se establece entre los hombres y su relación con el entorno.

Por ejemplo, los conceptos teóricos de la aritmética y la geometría son contruidos por los hombres como partes integrantes de la elaboración de su conciencia en su relación con el mundo real, nacen históricamente ligados a las actividades concretas del contar, medir, ordenar, agrupar, organizar, etc., necesarios en esa práctica vital. Se refieren, de una manera diferente a otras nociones de otras ciencias, a condiciones de lo real, aunque mediatizadas por el sujeto (materialmente).

Pero realmente esto no es del todo cierto. Hay mucho de imaginación en la Matemática. Un matemático dedicado a la investigación en Matemática, aunque se enfrenta a problemas reales, necesita no solo de las herramientas matemáticas, sino también de su imaginación para resolverlos. Basta una mirada a algunos ejemplos que utiliza este autor en sus clases de Matemática. A la

pregunta recurrente en sus clases de Geometría, ciencia en la que la representación espacial y la imaginación son imprescindibles, de si los triángulos son reales o imaginación del hombre, la respuesta casi unánime de los estudiantes es que sí. La reflexión entonces del profesor es: bueno, si es así, que salga un estudiante de la clase y traiga un triángulo cualquiera. Una situación similar se da con el concepto de número. Y es que ¿quién dijo que $2 + 5 = 7$, escrito de esa forma? Es un acuerdo o convenio el llamarle dos, al símbolo 2, cinco, al símbolo 5 y 7 al símbolo 7.

Si se llamara tres al símbolo 2, ocho al símbolo 5 y nueve al símbolo 7, entonces su suma podría o no ser representada por el símbolo 7, pero con el acuerdo nombrado, la lectura de la expresión $2 + 5 = 7$ sonaría muy rara y sería ahora Tres más ocho es igual a nueve.

Yendo un poco más allá de la interpretación que se pueda hacer de la relación Matemática-Conciencia, una mirada a la Geometría muestra con mucha claridad lo planteado. Lo corrobora el hecho de que en muchas ocasiones, algunos conceptos son asumidos de forma intuitiva. El concepto de punto, por ejemplo, al ser asumido en algunos textos, como los textos cubanos de Matemática, como el trazo que deja el presionar levemente un lápiz con la punta muy afilada sobre la hoja de papel es uno de ellos.

El propio hecho de saber que la Geometría es una ciencia deductiva, en ocasiones contradice el hecho de que se tenga que tomar muchos conceptos como primitivos, sin definición propia, como lo es el caso de punto, recta. Su axiomatización también es otro ejemplo inevitable de dudas. Basta con cambiar el axioma de las paralelas, y se tienen otras geometrías. Estos son sólo algunos ejemplos. Pudieran citarse muchos más.

Pero el desarrollo de la Matemática no es automático. Este desarrollo se debe fundamentalmente al desarrollo global de las sociedades, la cultura, el conocimiento, las técnicas, los conceptos y nociones matemáticas. Y es cierto, su estructuración, reestructuración, su organización e integración se debe gracias también a que esta ciencia ha creado su cuerpo legal y categorial, renovándose así misma y buscando fuentes constantes de uso en todos los ámbitos imaginables de la sociedad y la naturaleza, de lo real.

Los desarrollos matemáticos y lógicos pueden conducir a resultados verdaderos sobre lo real, precisamente a partir de la naturaleza misma de las nociones y reglas de la matemática y la lógica. La aproximación específica al objeto no es, sin embargo, un problema meramente teórico, es también práctico. Los símbolos 1, 2, 3, etc., corresponden entonces al marco de las nociones específicas de la Matemática.

La Filosofía como ciencia define con claridad meridiana su contradicción fundamental, llamado por todos como el problema fundamental de la Filosofía. Y es que el problema fundamental de la filosofía es el de la relación que existe entre el pensar y el ser, entre el espíritu y la Naturaleza. Los materialistas consideran lo primario la Naturaleza, la materia, y la conciencia lo secundario, como una propiedad de la materia, derivada de ella. El problema fundamental de la filosofía tiene, además, un segundo aspecto; ¿estamos en condiciones de conocer el mundo circundante? La mayoría de los filósofos afirma la posibilidad de conocer el mundo, pero hay algunos agnósticos que la niegan.

En este orden de pensamiento cabe preguntarse si la Matemática entonces, como producto del pensamiento, puede describir y modelar objetos del mundo real y las relaciones entre los. La respuesta es inequívoca: sí. Aun cuando anteriormente se habló de la necesidad de la intuición en esta ciencia. A consideración de este autor, la Matemática, como ciencia del saber, se enfrenta a un problema derivado del problema general de la Filosofía: ¿cómo desde su abstracción y las relaciones que se establecen entre sus conceptos y estructuras tan abstractos, se pueden explicar las relaciones no abstractas del mundo real? A continuación se hace referencia a las relaciones de la Matemática con muchas áreas del saber social.

3. Matemática y la Ciencia de la información

Las ciencias bibliotecológica y de la información son un sistema de conocimientos que sirve de soporte teórico a toda una actividad práctica compleja que se rige por principios y condiciones generales, las cuales, junto con eventos empíricos concretos, representan las premisas que condicionan las relaciones y regularidades de dicha actividad; es decir, las ciencias bibliotecológica y de la información guían a las actividades bibliotecaria y de información y estas, a su vez, enriquecen a las primeras con su quehacer empírico y cotidiano.

Por todos es sabido, por lo palpable que esto ha sido, que la Matemática por sus características peculiares, como su carácter abstracto, rigurosidad, exactitud y capacidad del análisis lógico, ha ejercido y ejerce una influencia decisiva en la conformación de la Ciencia de la Información, sobre todo, si se considera que la mayoría de los profesionales que participaron en su fundación fueron ingenieros y matemáticos que aspiraban a constituir una disciplina con basamentos verdaderamente científicos.

En este sentido, es necesario señalar que, según Linares-Columbié, la teoría matemática de la comunicación de Shannon y Weaver impacta el proceso de gestación de la Ciencia de la Información, al colocar en el escenario intelectual de la época una nueva visión de la información y la comunicación. Este es el referente teórico de los fundadores de la disciplina, la noción de

información y de comunicación que ellos asimilaron. El modelo de racionalidad derivado del empirismo y el positivismo sustenta los primeros conceptos creados en la Ciencia de la Información en su etapa fundacional, congruentes con las aspiraciones de la comunidad académica norteamericana de conformar una disciplina rigurosamente científica.

Por otro lado, el desarrollo de la Ciencia de la Información, heredera de la Documentación, está marcado por las ideas de Paul Otlet y su afán por la aplicación de métodos matemáticos y estadísticos a esta última. En sus obras "La statistique internationale des imprimés: Quelques sondages" (1895-1896) y "La statistique internationale des imprimés" (1900) el autor incluso delimitó las futuras áreas de investigación de la aplicación de los métodos estadísticos: estudio de las publicaciones y su consumo, análisis del impacto de un documento determinado en la sociedad (bibliosociometría) y la matematización de la Documentación (mate-bibliología).

Los aportes de la matemática son significativos para el desarrollo de todos los campos de la información: la teoría matemática de la comunicación, los modelos de Bradford, de Zipf, de Lotka, las aplicaciones estadísticas de Ranganathan, los métodos estadísticos y probabilísticos, el empleo de métodos vectoriales o los métodos derivados de los conjuntos borrosos, etcétera. En consecuencia, es lógica la influencia de las diversas ramas de la ciencia en el conocimiento matemático y viceversa.

4. Matemática y naturaleza

Muchos son los ejemplos que se pueden exponer para mostrar la relación entre la Matemática y la Naturaleza. Sin dudas, pocos pueden pensar que la Matemática no es aplicable a ella, incluso si no se ve a simple vista. Generalmente, son fenómenos que ya existían incluso antes de la matemática: la reproducción de los conejos, la disposición de los frutos de los girasoles, la distribución de las hojas en los tallos de las plantas, por poner solo unos ejemplos que se describen a continuación.

Para comprender esto, un buen comienzo se encuentra en la obra de Leonardo de Pisa, Leonardo Pisano o Leonardo Bigollo, también llamado Fibonacci, quien fue un matemático italiano, famoso por haber difundido en Europa el sistema de numeración indo-arábigo actualmente utilizado, el que emplea notación posicional (de base 10, o decimal) y un dígito de valor nulo: el cero; y por idear la sucesión de Fibonacci.

Aquí está el producto que se quiere aplicar a la naturaleza en este escrito: la sucesión de Fibonacci.

La sucesión fue descrita y dada a conocer en occidente por Fibonacci como la solución a un problema de la cría de conejos: Cierta persona tenía una pareja de conejos en un lugar cerrado y deseaba saber cuántos se podrían reproducir en un año a partir de la pareja inicial, teniendo en

cuenta que de forma natural tienen una pareja en un mes, y que a partir del segundo se empiezan a reproducir.

El problema planteado por Fibonacci consiste en calcular el número de parejas existentes al cabo de n meses.

En sí, se tiene lo siguiente:

Inicio del Mes 1. Se tiene una pareja de conejos A: 1 (1 pareja)

Finales del mes 2. Se cruzan los conejos de la pareja A: 1 (1 pareja)

Mes 2. La pareja A da a luz a la pareja B. Se vuelve a cruzar la pareja A: 2 (2 parejas)

Mes 3. La pareja A da a luz a la pareja C. La pareja B cumple 1 mes. Se cruzan las parejas A y B: 3 (3 parejas)

Mes 4. Las parejas A y B dan a luz a D y E. La pareja C cumple 1 mes. Se cruzan las parejas A, B y C: 5 (5 parejas)

Mes 5. A, B y C dan a luz a F, G y H. D y E cumplen un mes. Se cruzan A, B, C, D y E: 8 (8 parejas de conejos)

Mes 6: A, B, C, D y E dan a luz a I, J, K, L y M. F, G y H cumplen un mes. Se cruzan A, B, C, D, E, F, G y H: 13 (trece parejas de conejos).

Y así sucesivamente. Se obtienen los primeros números de la sucesión de Fibonacci:

1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34; 55;...

Una reflexión simple aporta que la ley de formación de los términos de la sucesión de Fibonacci está dada por el hecho de que para obtener un término basta con sumar los dos anteriores. Es decir, en notación matemática: $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$. Esto es, partiendo de dos condiciones: $f_0 = 1$ y $f_1 = 1$, como se dijo anteriormente.

Una mirada a la flor del girasol muestra una rara espiral. Sus frutos están dispuestos en unas espirales a izquierda y otras a derecha. Si se cuenta el número de unas y otras, la suma da como resultado que son 34 y 55 respectivamente, es decir, dos elementos consecutivos de la sucesión de Fibonacci.

Naturalmente podría pensarse que esto es una coincidencia, pero estudios matemáticos revelan que, dependiendo del tamaño de los girasoles, el número de espirales en uno y otro sentido está formado casi siempre por un par de términos consecutivos de la sucesión de Fibonacci, que suele ser 34 y 55

como en el ejemplo que hemos visto ó 55 y 89 en los frutos más grandes. Este resultado es mucho más que una simple anécdota, ya que es muy común en el mundo vegetal.

Por ejemplo, las piñas comunes muestran 8 espirales a derecha, 13 a la izquierda y 21 en sentido vertical, es decir, términos consecutivos de la sucesión de Fibonacci. Esto fue descrito por un socio de la sociedad hawaiana editora de la revista *Pineapple Quarterly* en 1933.

Una situación similar aparece en muchas especies de plantas que presentan una disposición de las hojas en torno al tallo característica de la especie, y que indica que cada hoja aparece girada respecto a la anterior en una proporción del ángulo total que es $1/2$ para el olmo y el tilo, $1/3$ para el avellano y el haya, $2/5$ para el roble y el albaricoque, $3/8$ para el álamo y el peral, $5/13$ para el sauce y el almendro, etc., es decir, en todos los casos fracciones formadas por números de la sucesión de Fibonacci alternos $(F_n; F_{n+2})$.

5. Matemática y Biología o Biología matemática

En principio, la Biología es una ciencia experimental, a diferencia de la Matemática que es considerada, con razón, como una ciencia teórica que resuelve problemas prácticos. Aparejado a ella, se desarrolla la llamada Biología Matemática, que a diferencia de la Biología Experimental, centrada en el desarrollo de experimentos para probar y validar las teorías científicas, la Biología Matemática emplea principios teóricos para describir cuantitativamente los sistemas biológicos y persigue, entre sus objetivos, la predicción de propiedades que podrían no ser evidentes para el experimentador.

Tradicionalmente, los biólogos no han ocultado su desconfianza en las aportaciones de los matemáticos, al entender que el nivel de complejidad de los organismos vivos y sus interacciones con el entorno no podían ser traducidos en términos de ecuaciones. Y en verdad, cómo entender, para muchos, que el comportamiento de los virus y las enfermedades que ocasionan, pueden describirse con Matemática, más allá de contar casos confirmados, contactos de casos confirmados, fallecidos y otros términos que son familiares en estos tiempos, se pueden expresar con una Matemática dura, como es el caso de los sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias?

Pero esta situación se ha sobrepasado. Hoy los científicos de ambas ciencias se conjugan y complementan para el estudio tanto biológico como matemático de muchas enfermedades como la búsqueda de la cura del cáncer o de una vacuna frente al VIH, han convertido esas ecuaciones en una síntesis matemática que captura los aspectos esenciales de una realidad biológica, dejando a un lado otros aspectos superfluos.

¿Cómo se formó la Biología matemática como disciplina?

Las primeras aportaciones a esta disciplina se deben a Daniel Bernoulli y Leonhard Euler en el siglo XVIII, con la propuesta de modelos teóricos de los matemáticos para la propagación de epidemias y la mecánica de fluidos, respectivamente.

Pero no se debe dejar a un lado al ya conocido en este escrito anteriormente: Fibonacci el siglo XII quien usó la sucesión de Fibonacci para describir el crecimiento de una población de conejos, el número de espirales de semillas entrelazadas de un girasol y el número de pétalos de las flores.

Otros ejemplos de aplicaciones de la Matemática a la Biología son las siguientes: En la primera mitad del siglo XIX, Thomas Robert Malthus y Pierre François Verhulst presentaron las ecuaciones malthusiana y logística como modelos matemáticos de la dinámica de poblaciones. Sus ecuaciones, junto a las ecuaciones diferenciales propuestas independientemente por Alfred J. Lotka en 1925 y Vito Volterra en 1926, son los fundamentos de los modelos matemáticos más sencillos en Biología Matemática y sus aplicaciones, y son todavía objeto de estudio.

Uno de los primeros biólogos en usar argumentos matemáticos fue el alemán Johann Friedrich Theodor Müller, un pionero de la Embriología Evolutiva interesado en reconstruir relaciones filogenéticas y dar sustento teórico a la teoría de la evolución de Charles Darwin. En el campo de la Genética y la Estadística Matemática, tras los asombrosos trabajos del monje checo Gregor Mendel, una figura clave es el británico Sir Ronald Aylmer Fisher (1890-1962).

Es imprescindible hacer referencia a Alan Turing. En 1952 este matemático británico intentó describir los procesos biológicos que regulan el crecimiento de un organismo y que, entre otras aplicaciones, permiten identificar un tumor como maligno o benigno, en un trabajo sobre ecuaciones de reacción-difusión en Morfogénesis.

El trabajo de Alan Turing fue el precursor de los tres ingredientes que, en la Biología Matemática contemporánea, se han mostrado fundamentales: el proceso de modelización; el uso de ecuaciones diferenciales (deterministas o estocásticas); y la incorporación del ordenador como una herramienta esencial en el proceso de aprendizaje.

Usando métodos matemáticos, Ronald Fisher combinó las leyes de Mendel con la teoría de la selección natural de Charles Darwin, creando la llamada Síntesis Evolutiva Moderna.

6. Matemática de las pandemias

Pareciera ser que al médico le haría falta sólo la Matemática básica que se estudia en la escuela. De hecho, muchos piensan que quizá no le hace falta ninguna. En definitiva, para contar pacientes y saber el gramaje de Amoxicilina que necesita un paciente por día, pareciera que es suficiente. Y

nada más alejado de la verdad. Muchos son los ejemplos de la necesidad de la Matemática para estos especialistas.

Un ejemplo muy de moda en estos tiempos es el estudio de las pandemias, donde ni siquiera basta con la estadística básica, se requieren de herramientas más poderosas para enfrentarla. Predecir el comportamiento de la enfermedad, implica mayores conocimientos, pero menos gastos en todos los sentidos.

Y también pareciera ser que a un matemático no le harían falta los conocimientos de la medicina, pero por reciprocidad, no es así. Un matemático no puede ofrecer un modelo para predecir el comportamiento estadístico de una enfermedad sin conocer muchas de sus aristas y el trabajo epidemiológico que hay detrás de ella. Aunque en la vida real es cierto que la Matemática y la Medicina han recorrido caminos divergentes durante muchos años.

Esto es debido a que la Matemática utiliza una metodología muy diferente a la Medicina. La colaboración entre las mal llamadas ciencias duras (Matemática) y las mal llamadas ciencias blandas (Medicina), es lo que ha provocado y fomentado su desarrollo mutuo.

Muchos son los ejemplos que se pueden poner, más aún en tiempos de pandemia, como los que se viven hoy con la COVID-19:

- El desarrollo de la imagenología en Medicina se despliega gracias al desarrollo de las Matemáticas, de la Física y de la Tecnología.
- La Genómica se desarrolla gracias a la aplicación de métodos estadísticos y de simulación física al campo de la búsqueda e identificación de genes.
- El modelado de sistemas dinámicos no sólo resuelve problemas puntuales, sino identifica y caracteriza comportamientos globales y de reglas generales en sistemas muy complejos como son los sistemas biológicos.
- Muchos procesos médicos, como las infecciones, son modelados a partir del uso de la Matemática y la Estadística como herramientas, y se han convertido en una necesidad con demanda creciente.

Ahora es esencial comprender que la “invisibilidad” que muchos atribuyen a la matemática en estos procesos, se debe a que en muchas ocasiones el mérito no se encuentra en la solución numérica obtenida de un problema médico dado, sino en la interpretación del resultado y la reformulación de los problemas médicos, pasando de una forma observacional y cualitativa, a otra modelable y cuantitativa, que permite hacer predicciones esenciales para el desarrollo de la Medicina y para la

toma de decisiones ante situaciones emergentes, como las que se viven hoy.

A estas conclusiones han llegado muchos investigadores, entre ellos García Piñera (2014), que propone modelos de ecuaciones diferenciales para la propagación de enfermedades infecciosas, Wilches Visbal y Castillo Pedraza (2020) que proponen una aproximación matemática del modelo epidemiológico SIR para la comprensión de las medidas de contención contra la Covid-19, Nicolás Bacaer (2020) con un modelo matemático de la epidemia de coronavirus en Francia, Bianco y Cruz (2020) con una propuesta de modelo epidemiológico SIR: una aplicación de las ecuaciones diferenciales al SARS-CoV2 (COVID-19). En Cuba no faltan las propuestas y se destacan investigadores como Álvarez Mora y Días Rodríguez (2021), que estudian los Modelos matemáticos aplicados a la Epidemiología, Abelló Ugalde, Guinovart Díaz, Vidal Ledo, Baldoquín Rodríguez y Morales Lezca, entre otros (2020-2021), todos científicos cubanos enfrentados desde la Matemática y otras ciencias a esta pandemia de la COVID-19.

Esta matematización funciona de la siguiente manera, según Álvarez Mora (2021) y algunas consideraciones que realiza el autor de este artículo:

1. Se interpreta la realidad observable o fenómeno que se desea estudiar.

Esto requiere del estudio de la situación dada y su desglose en tareas más simples que la expliquen y que a su vez, permitan la determinación de cuál matemática usar: identificar variables, formular hipótesis.

2. Se formula un modelo matemático tomando como punto de partida el problema concreto

Es importante la experiencia del investigador para relacionar estas variables funcionalmente, resolver las ecuaciones que de ellas se deriven y graficarlas.

3. Se aplica la matemática identificada al modelo matemático que se ha formulado para llegar a conclusiones matemáticas.

En este punto se requiere de procedimientos matemáticos que dan solución a la estructura matemática que se asumió, de la pericia del investigador para interpretar estas soluciones según la situación dada y el modelo elegido.

4. Se representan las conclusiones matemáticas y sus significados clínicos y/o biológicos.

Aquí se destaca que lo ideal es que esas representaciones puedan ser interpretadas por el investigador y este puedan, a su vez, interpretar toda la información acerca del fenómeno original. Sólo así se podrán obtener, si el modelo fue formulado y resuelto adecuadamente, las explicaciones necesarias para diagnosticar el estado actual y pronosticar la posible evolución del fenómeno que se

estudia.

5. Se comprueban las predicciones comparándolas con la situación inicial y usando nuevos datos reales, lo que establecería la adecuación y ajuste del modelo.

La validación de los resultados alcanzados se comprueba con los resultados experimentales y se utiliza para dar pronóstico del comportamiento del fenómeno.

Como en todo problema que se resuelve, la no coincidencia de las conclusiones matemáticas obtenidas y las realidades del problema inicial o con nuevas realidades a partir de nuevos datos reales, implicaría la revisión de todo el proceso anterior e incluso, la reformulación o reinicio del modelo o el ciclo.

En lo referente al estudio epidemiológico, Vidal Ledo (2020), explica los procedimientos antes descritos de la siguiente manera:

1. La comprensión y apreciación del fenómeno que se va a modelar.
2. La representación matemática de los componentes esenciales del fenómeno.
3. El hallazgo de soluciones útiles, expresadas de manera cuantitativa.
4. La interpretación biológica de los resultados matemáticos en términos visibles y predicciones.
5. La comparación con resultados experimentales o la observación práctica.

Los modelos matemáticos pueden ser clasificados de la siguiente manera:

1. Empíricos o teóricos: en dependencia de si las relaciones son estadísticamente significativas entre variables que son válidas en el contexto de estudio, o si es posible explicarlos con leyes físicas y biológicas que rigen los procesos en investigación.
2. Deterministas o estocásticos: si trabajan con condiciones y datos conocidos, y se pueden controlar los factores que intervienen en el estudio, por lo que no se contempla la existencia de incertidumbre o el azar, o si se asocia a la probabilidad de ocurrencia, a la existencia de incertidumbre en su comportamiento y no se conoce el resultado esperado.

A los modelos deterministas pertenecen los llamados compartimentales, a los que se referirá posteriormente en este artículo.

3. Estáticos o dinámicos: se refieren a la forma en que se trata el tiempo. Los modelos estáticos dan un resultado agregado para todo el período de tiempo considerado. Los modelos dinámicos devuelven las series temporales de las variables consideradas a lo largo del período de estudio.

Se coincide con Álvarez Mora (2021) en que un modelo matemático nunca es una representación completamente exacta de una situación física; es una idealización. El autor de este artículo agrega

que es ahí donde radica su principal limitación y la incompreensión de muchos de las fallas en sus predicciones. En un buen modelo la realidad se simplifica lo suficiente para permitir los cálculos matemáticos, pero incluso así, es bastante exacto para permitir conclusiones valiosas.

Los modelos compartimentales son modelos determinísticos o deterministas que agrupan la población que se estudia en compartimentos, es decir, que los agrupa en estadios por los que transita determinado fenómeno. Así, una parte de la población puede estar en el estadio A, en el B o en el C, y se modela el comportamiento del fenómeno en cada uno y en el paso por cada uno de estos estadios. Este paso se realiza a partir de una tasa de cambio que depende de las características particulares del fenómeno. Estas tasas se estiman experimentalmente o con técnicas matemáticas: métodos de regresión, métodos de mínimos cuadrados, descenso de gradiente, entre otros.

La validación de los resultados alcanzados se comprueba con los resultados experimentales y se utiliza para dar pronóstico del comportamiento de la enfermedad.

Es importante comprender que modelar matemáticamente un fenómeno permite predecir el desarrollo completo de la epidemia, no puede reproducir con exactitud la realidad captada, pero sí da una estimación que facilita dirigir las políticas en pos de amortizar las pérdidas de vidas, así como la organización de los recursos si se toman las adecuadas.

Estos modelos compartimentales pueden estudiar la acción de los medicamentos, las medidas terapéuticas, las acciones de control y administrativas para orientar sobre aquellos temas más urgentes en pos de controlar la infección.

Según García Piñera (2014), tras los grandes avances, se creía que las enfermedades infecciosas pronto serían erradicadas, pero, evidentemente, no ha sido así. Los microorganismos se adaptan y evolucionan y como consecuencia aparecen nuevas enfermedades infecciosas (el SIDA o el ébola) y reemergen algunas que se consideraban controladas (el dengue o la fiebre amarilla), extendiéndose por nuevas regiones. Además el genoma de algunos microorganismos a veces puede cambiar ligeramente y, como consecuencia, pueden adquirir resistencia a algunos medicamentos.

Ya hace más de un año que el mundo entero sufre una pandemia, que si bien no ha sido la peor de la historia en cuanto a contagiosidad y muerte, ha repercutido en todo el mundo, en su economía, en un cambio radical de las relaciones sociales, en el mercado laboral, entre otras cuestiones. La enfermedad se llama COVID-19 (*Coronavirus Infectious Disease - 19*) que produce un grave síndrome respiratorio y es producida por el virus llamado SARS-CoV-2 (*severe acute respiratory syndrome coronavirus-2*) y se ha extendido por todos los países. Cuba no fue una excepción.

Su complejidad radica en sus características: pacientes asintomáticos o con síntomas leves respiratorios a una neumonía viral grave, insuficiencia respiratoria, disnea, fracaso multiorgánico y muerte.

Es una enfermedad bastante contagiosa que ha producido un colapso de los sistemas sanitarios de países desarrollados o no. Dentro de los factores que contribuyen a esta fácil diseminación se puede citar: la resistencia del virus en el ambiente, las infecciones no documentadas, la falta de tratamiento efectivo, la presencia de superdiseminadores, la falta de medidas adecuadas en salud pública o su implementación tardía y además que toda la población es susceptible.

En Cuba, en sus inicios, según Vidal Ledo (2020), existían tres escenarios probables:

1. Existen posibilidades de que la pandemia sea muy severa en el país, lo cual colapsaría el sistema de salud por la cantidad de camas y equipamiento que se necesitaría.
2. La única forma de evitar el contagio y avanzar hacia un escenario más favorable, depende de las acciones del Gobierno, pero, sobre todo, de la capacidad de la población de cumplir las medidas de aislamiento social.
3. El Gobierno debe apresurar medidas previstas con el fin de reducir la movilidad de las personas y así reducir el contagio.

Se predijo, con ayuda de la ciencia, que si se cumplían los protocolos establecidos, el pico hospitalario se alcanzaría en la primera quincena de mayo y que el período de duración de la enfermedad se podría extender hasta por cuatro meses.

Como se dijo anteriormente, aunque la Matemática es una ciencia exacta, los diagnósticos y pronósticos a partir de modelos matemáticos sólo brindan una aproximación a la realidad. La enfermedad no duró 4 meses, los picos previstos se han desfasado en el tiempo, etc.

Pero es conveniente ahora analizar la aplicación de algunos modelos en el estudio de esta pandemia. En el marco de este artículo, se describe teóricamente la matemática que sustenta al modelo matemático denominado SIR¹⁵ y su interpretación del comportamiento de la pandemia producida por el nuevo Coronavirus.

El modelo SIR describe la evolución de una epidemia en una población a partir de ciertas condiciones iniciales. En particular, se considera un enfoque determinístico para explicar y predecir

¹⁵ SIR son las iniciales de los compartimentos en que se divide la población para su estudio: S-Susceptibles, I-Infectados, R-Recuperados. El modelo *SIR* fue formulado en 1927 por Kermack-McKendrick y se basa en un sistema ecuaciones diferenciales, las que constituyen una herramienta fundamental en la modelización de procesos biológicos mediante variables y parámetros.

el comportamiento de la pandemia de la COVID-19, dado que a partir de este modelo es posible controlar todos los factores que intervienen y predecir sus resultados con mayor exactitud, bajo el supuesto un solo sujeto causa una epidemia generalizada.

A través de éste se describe la dinámica de los contagios en una población cerrada con (N) individuos que inicialmente son susceptibles (S), y a partir de un infectado inicial, pasando con una determinada velocidad de contagio al siguiente estadio, el de infectados (I), y tras un período de enfermedad activa (t), los pacientes fallecen o se recuperan, es decir que pasan al estado de retirados¹⁶ (R).

Y bien, el modelo SIR es un modelo compartimental porque divide a la población en 3 compartimentos:

1. $S(t)$: Representa al número de individuos susceptibles, individuos sanos que al entrar en contacto con la enfermedad pueden resultar infectados, en función del tiempo.
2. $I(t)$: Representa al número de individuos infectados, individuos que pueden transmitir la enfermedad al grupo $S(t)$, en función del tiempo.
3. $R(t)$: Representa al número de individuos retirados, individuos que se han recuperado de la enfermedad y se han vuelto inmunes o han muerto, en función del tiempo.

El modelo SIR se basa además en las siguientes hipótesis:

1. La población se mantiene constante, es decir, no se tienen en cuenta los nacimientos y muertes que se producen a lo largo del desarrollo de la enfermedad.
2. Si se denota por N a la población total de individuos, se tiene que la suma del número de individuos de cada uno de los 3 grupos es igual al total de la población:

$$N = S(t) + I(t) + R(t) \quad (1)$$

3. La enfermedad se transmite por contacto directo entre las personas.
4. En cuanto un individuo es infectado pasa a estar en el grupo de los infectados.
5. Los individuos del grupo $I(t)$ se acaban recuperando de la enfermedad y adquieren la inmunidad o mueren (pasando en ambos casos al grupo $R(t)$).
6. La tasa de infección, que determina el número de individuos por unidad de tiempo que se transfieren del compartimento de susceptibles al de infectados, es proporcional al producto $S(t) \cdot I(t)$.

¹⁶ En algunas de las literaturas consultadas y que aparecen en esta obra, R se entiende como número de personas recuperadas. Si esto fuera así, entonces no se tendrían en cuenta los fallecidos por la enfermedad, por eso en el marco de este artículo se considera que R indica la cantidad de personas que pasan a ser Retirados: fallecidos o recuperados.

Es importante destacar que, para este modelo en su versión determinística, los infectados se recuperan con el tiempo, con un parámetro β denominado tasa de recuperación que depende del tiempo que suele durar la enfermedad; una vez que se recuperan, los individuos son inmunes, ya no vuelven a ser susceptibles. En el estado R no solo están contemplados los individuos que se recuperan, sino también los que fallecen a causa de la enfermedad, ya que en ambos casos no afectan al desarrollo de la epidemia.

Conclusiones

La relación entre las mal llamadas ciencias duras y ciencias blandas es cada vez más evidente y directamente proporcional al desarrollo de las ciencias. No se concibe hoy el desarrollo social y humano del hombre sin la Matemática, mostrado por muchos ejemplos de cualquier área del saber.

Sin embargo, podría creerse que esta matematización es infalible o que cualquier área de la sociedad y el desarrollo puede matematizarse, lo que no es ni cierto ni posible. Si bien no se puede negar la influencia que tiene el conocimiento matemático en general sobre el desarrollo humano, la precisión y el rigor de pensamiento al modo matemático no debería convertirse para los científicos en imperativos absolutos, es decir, la hipótesis “Todo lo que no sea tratable con precisión semejantes a los matemáticos carece de sentido” es desacertada ya que el rigor y la precisión de la matemática se consigue al precio de una mutilación consciente de la realidad.

En este artículo se abordaron muchos vínculos entre la Matemática y otras ciencias, e incluso con la naturaleza, pudieran abordarse otros muchos, pues, a pesar de todo lo dicho, es innegable la influencia de la matemática sobre los procesos humanos, sociales, económicos, políticos, científicos.

Referencias Bibliográficas

- Álvarez-Mora, D. y Díaz-Rodríguez, I. M. (2021). Modelos matemáticos aplicados a la Epidemiología. *Multimed*; 25 (1): e1406. Enero Febrero.
- Abelló Ugalde IA, Guinovart Díaz R, Morales Lezca W. (2020) El modelo SIR básico y políticas antiepidémicas de salud pública para la COVID-19. *Revista Cubana Salud Pública*; 46 (Suppl 1): e2597.
- Bacaer, N. (12 de febrero de 2021) Un modelo matemático de la epidemia de coronavirus en Francia. Recuperado de: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02509142>.
- Beltrán- Pazo, C. (2012). *La estructuración sistémica del contenido como base para la gestión de competencias profesionales pedagógicas en la disciplina Didáctica de la Matemática*. Tesis de Doctorado. Holguín, Cuba: Universidad de Holguín.

- García- Piñera, A. (2014). *Modelos de ecuaciones diferenciales para la propagación de enfermedades infecciosas*. Trabajo de Doctorado. España: Universidad de Cantabria.
- Guetmanova, A. et al. (1991). *Diccionario de Lógica*. Rusia: Editorial Progreso, p. 234.
- Linares-Columbié, R. (2004). *La ciencia de la información y sus matrices teóricas: contribución a su historia*. Tesis de Doctorado. Ciudad de La Habana, Cuba: Universidad de La Habana, Facultad de Comunicación.
- MES. (2016). *Modelo del profesional*. Plan de estudio "E". Cuba: MES.
- Mora. D. A. (2021) Modelos matemáticos aplicados a la Epidemiología. Multimed. *Revista médica*; 25(1): e1406.
- Ruiz A. (10 de enero de 2020). *El desafío de las matemáticas*. 2015. Recuperado de: <http://www.una.ac.cr/mate/publicac/angel1/capitul4.htm>.
- Sokoll, N. y Rivera, Z. (2016). Ciencia de la información: un saber de relevante presencia matemática. *ACIMED* Vo.14 (2) mar.-abr.
- Shotoff, V. A. en V. V. Davýdov. (1986). *Tipos de generalización en la enseñanza*. Ciudad de La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación.
- Vidal- Ledo, M. J., Guinovart-Díaz, R. Baldoquín-Rodríguez, W. Valdivia-Onega, NC, Morales Lezca W. (2020). Modelos matemáticos para el control epidemiológico. *Educación Médica Superior*, Vol. 34(2): e2387.
- Wilches-Visbal, J. H. y Castillo-Pedraza, M. C. (2020). Aproximación matemática del modelo epidemiológico SIR para la comprensión de las medidas de contención contra la COVID-19. En *Revista Española de Salud Pública*; Vol. 94.el-11.